Informe Servicio Social

Creación y caracterización de un medio estratificado

Brenda Arvizu Padilla

Taller de Hidrodinámica y Turbulencia

Facultad de Ciencias

Universidad Nacional Autónoma de México

Resumen

Durante mi servicio social construí un dispositivo experimental que permite la creación de medios estratificados. Con técnicas ópticas caractericé el medio estratificado a partir de los cambios de concentración y de índice de refracción del fluido. Por medio de expresiones matemáticas obtuve valores de concentración e índices de refracción, los cuales grafiqué contra la profundidad (Y). Hice un ajuste lineal a las curvas obtenidas y obtuve un coeficiente de correlación $R^2 = 0.958$ en ambos casos. Se determinó que el perfil del medio estratificado es lineal en ciertos intervalos.

Objetivo

Construir un dispositivo experimental que permita la creación de medios estratificados con perfiles lineales y estables.

Introducción

Al comenzar mi servicio social, lleve a cabo una investigación bibliográfica para comprender los conceptos relacionados a los fluidos estratificados. Un medio estratificado consiste en un sistema que contiene dos o más fluidos miscibles con distintas densidades. El sistema posee un gradiente vertical de concentración y densidad. Este gradiente se puede estructurar de diferentes maneras, es decir, con distintos perfiles de densidad. El propósito del servicio social específicamente, es construir un medio estratificado con perfil de densidad lineal.

El método más simple para construir medios estratificados lineales es introducir una capa de un fluido en un tanque y sobre este, comenzar a agregar más capas de fluido con densidad descendente. En general, se utilizan soluciones salinas o agua con azúcar, y la concentración de las soluciones disminuye progresivamente. De esta manera, se puede aproximar la estratificación lineal a medida que los límites entre las capas se suavizan por difusión molecular. Lamentablemente, el proceso descrito anteriormente requiere un largo tiempo de asentamiento para que el gradiente se vuelva lineal. Por esta razón, Oster en 1965 propuso un arreglo experimental que resolvía esta desventaja; a este arreglo se le conoce como *método de doble tanque (Fig. 1).*

El arreglo consiste en tres tanques conectados entre sí de forma horizontal, el primer tanque **A** es llenado con agua, el segundo tanque **B** o tanque de mezcla es llenado con una solución salina con densidad o concentración conocidas y el tercer tanque **C** es un tanque vacío. Por medio de bombas, la solución salina se bombea del tanque **A** al **B** y del tanque **B** al **C**, donde la solución se deposita. Adicionalmente, la solución del tanque **B** se mezcla constantemente con la finalidad de homogeneizar ambos líquidos. Así, la concentración y la densidad de la solución en el tanque de mezcla disminuyen gradualmente. De esta forma, la solución que se deposita en el tanque **C** crea un gradiente. Oster estableció que si la tasa de flujo volumétrico a la que se bombea el agua del tanque **A** al **B** (Q_A) es la mitad de la tasa de flujo volumétrico a la que se bombea el líquido del tanque **B** al **C** (Q_B), se produce un gradiente de densidad lineal.

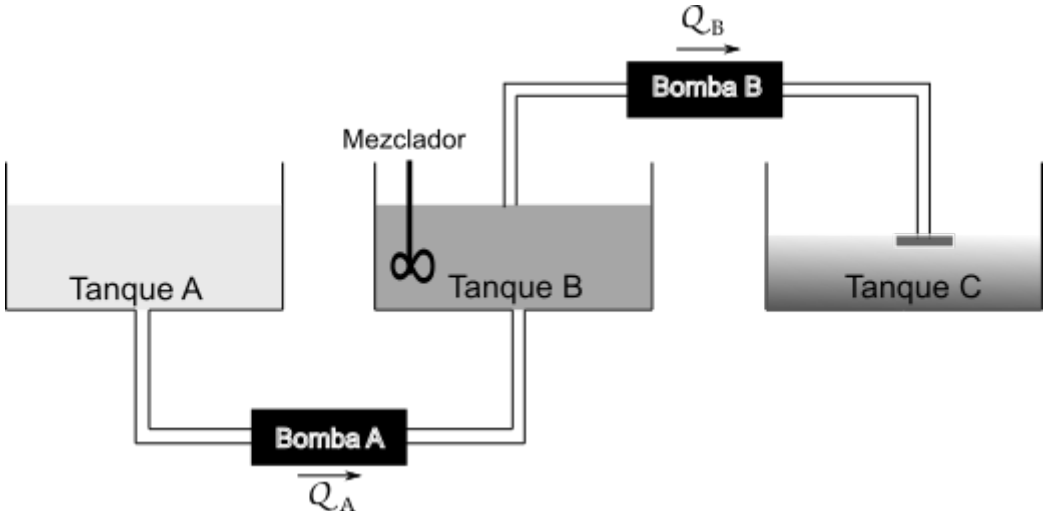


Fig. 1. Dispositivo experimental "método de doble tanque" propuesto por Oster.

En el artículo de Economidou y Hunt (2009) se propone un método alternativo para producir medios estratificados basado en el método de doble tanque de Oster: El arreglo se modifica y los tanques se colocan en posición vertical para eliminar las bombas que controlan el flujo volumétrico y se permite que los líquidos fluyan libremente por acción de la gravedad. Al realizar este cambio el flujo volumétrico varía con el tiempo, ya que Q_A y Q_B dependen de las profundidades instantáneas del líquido ($\hat{H}$) y de las áreas de apertura de los tanques ($\hat{A}$). Para obtener un gradiente lineal, se establece que el área de apertura del tanque A debe ser la mitad del área de apertura del tanque B y que las profundidades instantáneas en ambos tanques debe ser la misma. El diseño experimental del presente trabajo se hizo con base en este artículo.

Cabe mencionar que en el experimento del artículo ya mencionado, se instalan agujas sobre una pared dentro del tanque en donde el medio estratificado es construido, con esto pueden extraer una cantidad de solución y esta es medida con un densímetro, así, los autores obtienen un perfil de densidad en función de la altura. Sin embargo, opté por caracterizar el medio estratificado con otras técnicas no intrusivas con el objetivo de no alterar el medio y asegurar la estabilidad de la estratificación.

Se desarrollaron dos técnicas distintas para caracterizar el medio estratificado. Primero utilicé la técnica de visualización schlieren con fondo de referencia (BOS por sus siglas en inglés), la cual permite visualizar gradientes de densidad de forma no intrusiva. En la segunda, proyecté un haz de luz (láser) que atraviesa el medio con gradiente de densidad y se mide la desviación de la trayectoria del láser causada por el cambio en los índices de refracción, esta técnica está basada en el artículo de Mamola, *et al*. (1992), además, en este artículo se desarrolla la ecuación de la trayectoria (bidimensional) *y(x)* para un haz de luz que se propaga en un medio transparente que tiene un índice de refracción *n(y)* que cambia con la profundidad, la expresión se deriva de la ley de Snell:

$$\frac{dn}{n} = \frac{y''y'}{1 + (y')^2}\,dy \tag{1}$$

En el artículo de Tan y Huang (2015) encontré que existe una relación lineal entre el índice de refracción n de una solución salina y la concentración de la solución. El índice de refracción de la sustancia, así como la densidad, dependen de la concentración y la temperatura. Generalmente, se usa la ecuación de Lorentz-Lorenz para estimar dicha dependencia. Sin embargo, en el artículo desarrollan una expresión empírica a partir de experimentos que proporcionan una estimación confiable para el índice de refracción con respecto a la temperatura y la concentración:

$$\begin{aligned} n = 1.3373 + (1.7682 \times 10^{-3})c - (5.8 \times 10^{-6})c^2 - (1.3531 \times 10^{-4})(T - 273.15) \\ - (5.1 \times 10^{-8})(T - 273.15)^2 \end{aligned} \tag{2}$$

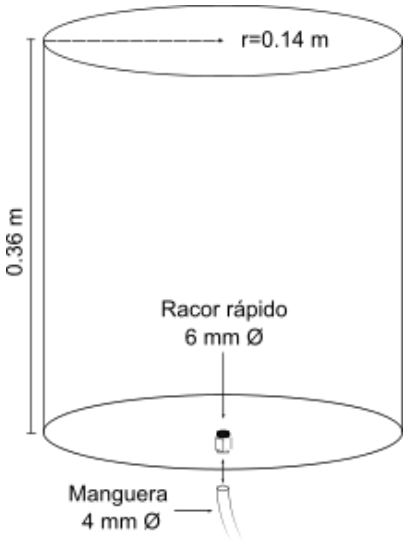
donde n es el índice de refracción, T es la temperatura y c es la concentración.

Desarrollo experimental

Dispositivo para crear un medio estratificado

El arreglo experimental que elaboré es muy similar al doble tanque de Oster, que describí anteriormente. La diferencia es que los tanques están orientados verticalmente como sugieren Economidou y Hunt. Para esto utilicé un estante de metal con repisas ajustables con una altura de 2.20 m, y también empleé tres contenedores a los que les asigne los nombres de *tanque A, B* y *C.* A continuación, describiré las especificaciones de cada uno de los tanques que fueron usados en el experimento:

Tanque A. Utilicé una cubeta cilíndrica de polietileno de alta densidad, con un radio de ~0.14 m y una altura de 0.36 m, la cubeta tiene capacidad para un volumen máximo de 0.022 m^3 (22 litros). En el centro de la base de la cubeta se hizo una perforación con cuerda interna de ¼ NPT para acoplar un racor de 6 mm de diámetro, éste fue sellado con pegamento epoxico 'Super 5' y silicón por ambos lados. Al racor conecte una manguera de 4 mm de diámetro (*Fig. 2*). Este tanque se colocó sobre la repisa con la altura de 2.20 m. Una vez que se instalaron las piezas en la base de la cubeta, se necesitó un soporte adicional de madera para que el tanque estuviera estable, esto se observa en la F*ig. 4* del diseño final del experimento. El otro extremo de la manguera se fijó posteriormente a la pared del tanque B y coloque un tapón de plastilina para bloquear el flujo.



Para llevar a cabo el experimento, se vertieron 3.310 litros de agua en el tanque, se consideran 3 litros que aportará el tanque A al estratificado y 310 ml adicionales que requiere como cantidad mínima debido a las irregularidades de la base de la cubeta.

Fig. 2. Dimensiones del tanque A. Se observa que el racor de 6 mm de diámetro se fijó en la base del tanque.

Tanque B. Utilicé una cubeta cilíndrica de polietileno de alta densidad, con un radio de ~0.14 m y una altura de 0.36 m, la cubeta tiene capacidad para un volumen máximo de 0.022 m^3 (22 litros). Se realizó una perforación con cuerda interna de ¼ NPT en la pared de la cubeta, muy cercana a la base, donde se acoplo un racor rápido de 8 mm de diámetro y fue sellado con pegamento epoxico 'Super 5' por ambos lados. Posteriormente se ensambló una llave de paso con racor rápido de 10 mm de diámetro (*Fig. 3*). Al racor se conectó un reductor con racor de 8 mm de diámetro para acoplar una manguera de 6 mm de diámetro que va dirigida hacia el tanque C. Elegí las mangueras de 4 y 6 mm para el tanque A y B respectivamente con el fin de cumplir la condición de relación de áreas de apertura. El tanque se colocó sobre una repisa a la altura de 1.61 m (*Fig. 4*).

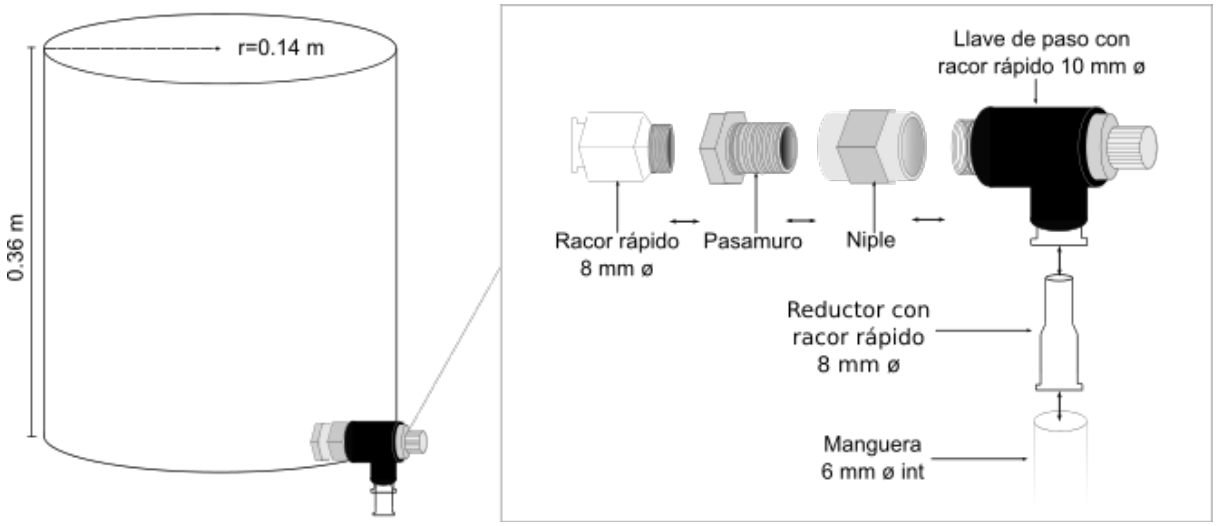


Fig. 3. Dimensiones del tanque B y detalle del ensamble, se observa que la llave se fijó en la pared cerca de la base.

Para el experimento se agregaron 3.5 litros de solución salina al 20% de concentración en el tanque, al igual que en la tanque A, considere 500 ml de solución adicional como volumen mínimo debido a la altura en la que se fijó la llave de paso en el interior del tanque y 3 litros de solución que se aportará al tanque C para formar el estratificado. Preparé la solución salina al 20% disolviendo 700 g de sal común en 3.5 litros de agua.

Como mencioné anteriormente, Economidou y Hunt establecen que las profundidades instantáneas deben ser iguales en los tanques A y B porque en su experimento emplean dos tanques idénticos, sin embargo, en los botes que utilicé instalé las piezas en distintos sitios por lo que cada tanque requiere un volumen inicial para que los líquidos comiencen a fluir. Esto se traduce en una altura $\hat{H}$ mínima diferente para cada tanque. Por esta razón, consideré que se aportaría la misma cantidad de volumen de cada tanque (3 litros) en lugar de utilizar la relación de profundidad. Por último, es necesario que en este tanque se mezcle constantemente la solución salina con el agua que se suministra del tanque A. Para ello se utilizó un globo de batidora acoplado a un taladro de mano durante el experimento.

Tanque C. Utilicé una pecera de vidrio con base rectangular de dimensiones 30 x 14.7 x 20.5 cm con capacidad máxima de 9 litros. Coloqué la pecera sobre una repisa a la altura de 0.95 m en el estante. En este tanque es donde se construye el medio estratificado, es necesario que la solución se deposite lentamente para evitar salpicar las paredes mientras la solución cae y además evitar que la solución se mezcle por la caída del fluido mientras se va depositando, así que en la pecera coloqué una esponja de 3 cm de espesor, a la que previamente le formé un canal para evitar que el agua se desborde. Humedecí la esponja con agua antes de comenzar el experimento para que los líquidos fluyeran fácilmente y la coloqué en el fondo de la pecera.

Experimento

Una vez terminado el montaje, como se observa en la *Fig. 4*, se procedió a llevar a cabo el experimento. Primero se abrió la llave de paso del tanque B para que la solución salina comenzara a depositarse en el tanque A. Una vez abierto removí el tapón de la manguera del tanque A para que el agua comenzará a suministrarse al tanque B. En este punto comenzó a mezclarse el agua del tanque B con ayuda del taladro y el globo de la batidora. Conforme se iba llenando el tanque C, se ajustó la altura de la manguera para que no ejerciera presión

sobre la esponja. El experimento terminó cuando dejó de fluir líquido de ambos tanques, tomó un tiempo total de 9 minutos construir el estratificado en la pecera.

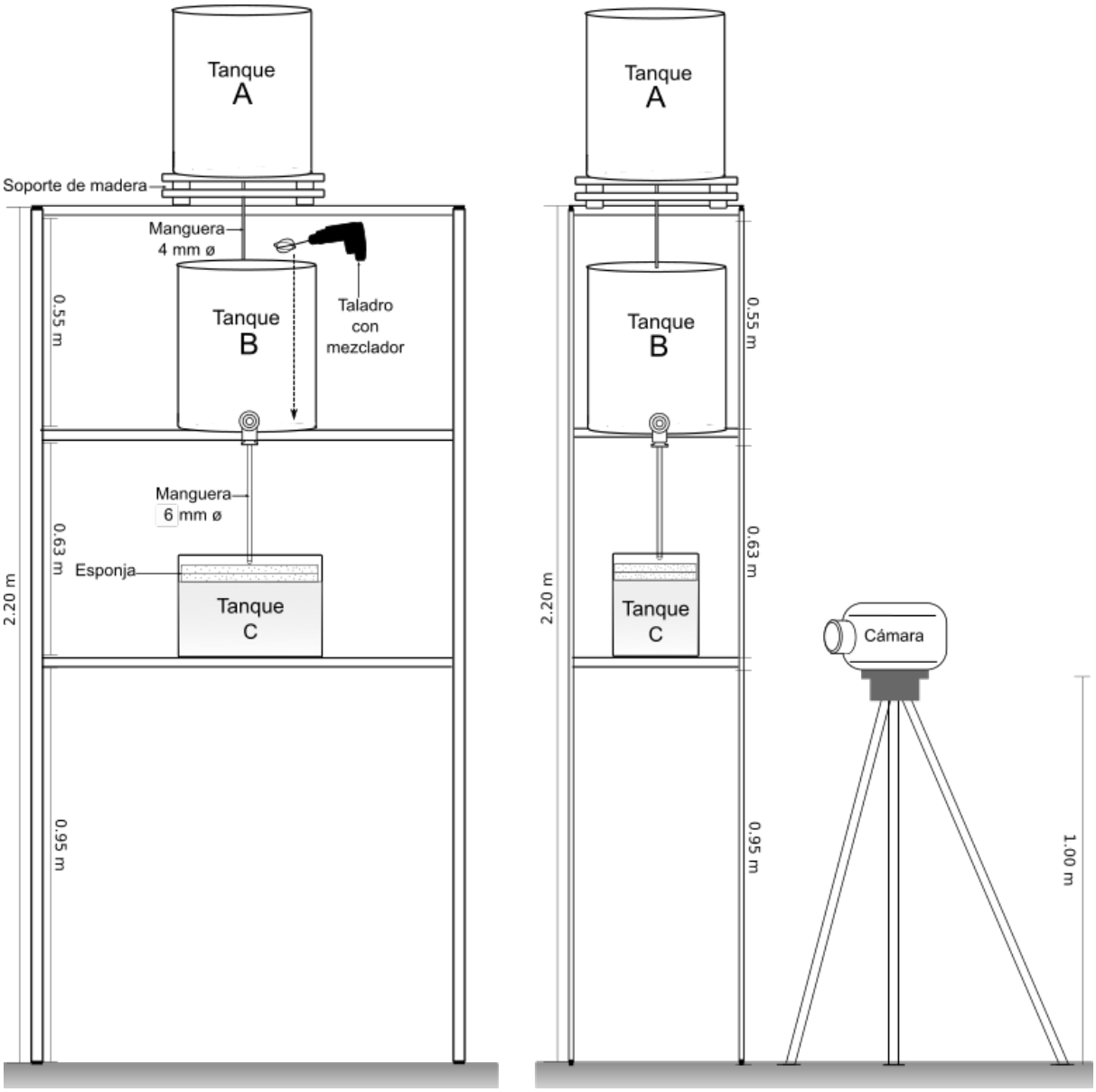


Fig. 4. (Izquierda) Vista frontal del montaje experimental final. (Derecha) Vista lateral del montaje experimental final, la cámara se colocó frente al tanque C.

Caracterización por técnica BOS

Para caracterizar el medio estratificado, monte un arreglo schlieren con fondo de referencia (BOS por sus siglas en inglés). El arreglo se detalla en la *Fig. 5*. Utilicé una pecera de acrílico con dimensiones 15 x 20 x 10 cm, en la pared se fijó un patrón de puntos y la pecera se llenó con 2 litros de agua desionizada hasta cubrir el patrón. Se añadieron 20 g y posteriormente 480 g de sal para obtener soluciones salinas con concentración de 1% y 25% respectivamente, las mezclas se realizaron sin mover el sistema. Con una cámara rápida Phantom Miro M310 se tomaron tres fotografías del fenómeno, la primera cuando se tenía agua desionizada en la pecera, esta fotografía se utiliza como imagen de referencia; y las siguientes dos para cada una de las soluciones (*Fig. 6*).

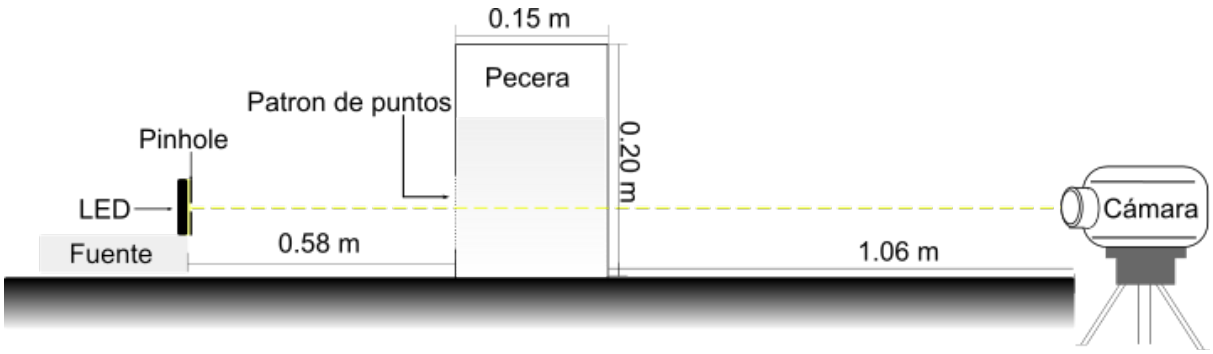


Fig. 5. Montaje experimental para shadowgraph con fondo de referencia, la fuente de luz, el patrón de puntos y la lente de la cámara están alineadas.

La técnica se basa en el desplazamiento aparente de los puntos del patrón: al cambiar la concentración de la solución cambia su índice de refracción y esto produce un desplazamiento que puede ser medido al comparar las fotografías de la pecera con soluciones salinas con la imagen de referencia.

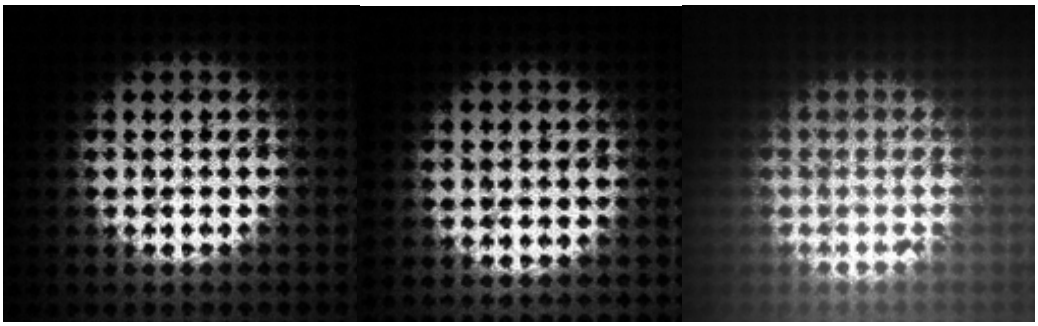
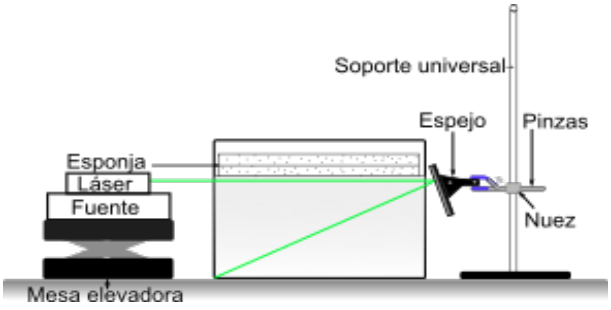


Fig. 6. (Izquierda) Imagen de referencia (Centro) Fotografía obtenida cuando la solución estaba a una concentración de 1% (Derecha) Fotografía obtenida cuando la solución estaba a una concentración de 25%.

Caracterización por medición de la trayectoria de un haz de luz láser

En un segundo intento de caracterizar el medio estratificado, se colocó un láser a un costado del tanque C, también se fijó un espejo con un soporte universal como se puede observar en la *Fig. 7*. El láser se proyectó horizontalmente de forma paralela al estratificado sobre un espejo, con el espejo pude ajustar el ángulo de incidencia en el medio estratificado.



Con una cámara Canon EOS 70D obtuve ocho fotografías con distinto tiempo de exposición del medio estratificado, donde la reflexión del láser atraviesa todo el medio y dos fotografías más donde se redujo el ángulo de reflexión con el espejo y se observa reflexión interna dentro de la pecera (*Fig. 8*).

Fig. 7. Montaje del láser.

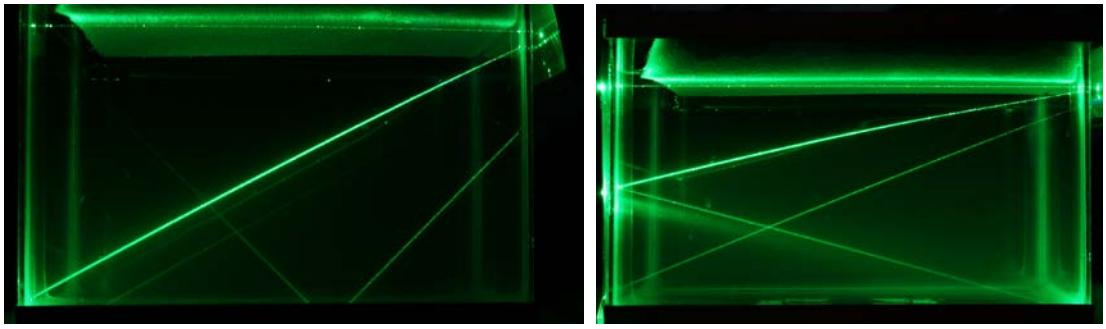


Fig. 8. (Izquierda) El láser atraviesa el medio estratificado, se observa curvatura en la trayectoria del láser. (Derecha) Se modifica el ángulo de incidencia del láser con el espejo, se observa reflexión interna.

Resultados

Resultados BOS

Comparé las tres fotografías obtenidas durante la prueba con la técnica de BOS, con el programa ImageJ coloqué puntos sobre el patrón de la fotografía y obtuve las posiciones (X, Y) en píxeles. Posteriormente comparé las diferencias de las posiciones entre las fotos para obtener el desplazamiento en píxeles. Lamentablemente la resolución de esta técnica fue insuficiente para los fines de este experimento, ya que se observó un desplazamiento promedio de un pixel al comparar los puntos de la fotografía de solución salina al 1% contra la solución salina al 25%, es decir, que en cambios de concentración menores estos desplazamientos serían menores a un píxel. Por esta razón, se descartó esta técnica para caracterizar el medio estratificado.

Resultados de medir la trayectoria del haz de luz láser

Respecto al otro método, utilicé la fotografía IMG_2337.JPG, fue tomada con ISO: 100 y tiempo de exposición 1/125 s. Con ayuda del programa ImageJ coloqué puntos sobre la trayectoria del láser con una distancia de aproximadamente 10 píxeles entre cada punto. Después obtuve las posiciones de los puntos en píxeles, en total obtuve 208 datos de las posiciones (X,Y), grafiqué las posiciones X vs Y (*Fig. 9).* Calcule el promedio móvil con 9 datos para X y Y, al realizar esto, quedaron 200 datos en total de posiciones (X,Y). Con estos datos calculé la derivada $\frac{dy}{dx}$ entre cada 27 datos, es decir:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Y_{28} - Y_1}{X_{28} - X_1} \tag{3}$$

Elegí calcular la derivada de esta forma y no entre datos contiguos para reducir el ruido que se produce al derivar discretamente.

De la ecuación (1) deduje la siguiente expresión:

$$n = k\left(e^{y' - tan^{-1}y'}\right) \tag{4}$$

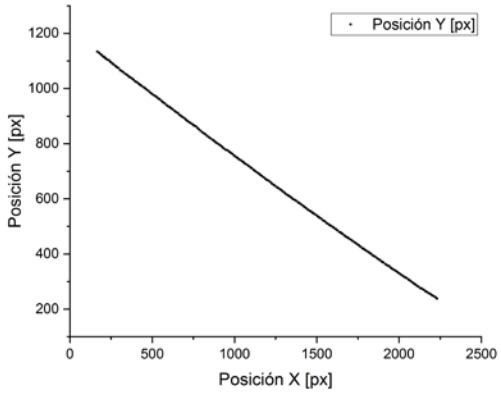


Fig. 9. Posiciones X vs Y en píxeles. Estas son las posiciones que se obtuvieron del programa ImageJ.

Con la ecuación (4) se puede obtener el índice de refracción n para cada punto de la trayectoria del láser que fue medido: k es una constante que puede ser determinada conociendo el índice de refracción de las posiciones iniciales. Puedo calcular k despejando la constante de la ecuación (4):

$$k = \frac{n}{e^{y' - tan^{-1} y'}} \tag{5}$$

En (5) se sustituyen las derivadas de los primeros cinco puntos que se calcularon anteriormente y dado que durante el experimento las ultimas capas que se depositaron fueron de agua sin sal, utilice el índice de refracción del agua $n = 1.335$. Calculé cinco valores para k y después realice un promedio entre estos valores, obtuve que $k = 1.3734$ con una desviación estándar de 0.02%, cuando determine esta constante, pude sustituirla en la ecuación (4) para calcular el índice de refracción en cada punto. En la *Fig.10* se observan los índices de refracción estimados para la trayectoria del haz de luz que atravesó el medio estratificado.

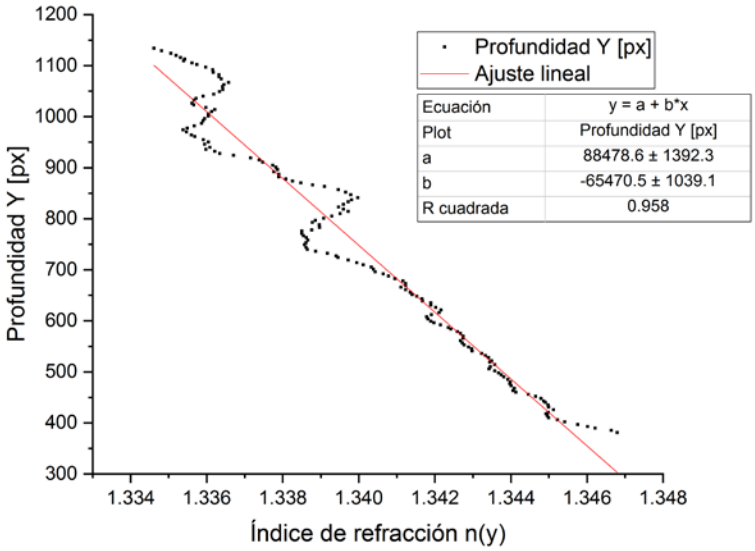


Fig.10. Índice de refracción vs posición Y en píxeles. En la gráfica se puede observar el ajuste lineal y el coeficiente de correlación.

A la curva obtenida le realice un ajuste lineal, obtuve un coeficiente de correlación $R^2 = 0.958$, se observa que el índice de refracción varía de aproximadamente de 1.334 a 1.347, aumentando con la profundidad.

De la expresión (2), despeje la concentración c al resolver la expresión empírica como ecuación cuadrática. Con esta expresión pude calcular la concentración para cada punto medido en la trayectoria del láser, a partir del índice de refracción estimado y considerando una temperatura $T = 293K$. En la *Fig. 11* se graficaron los valores de las concentraciones obtenidas contra la profundidad (Posición Y en píxeles). Se observa que la concentración aumenta con la profundidad.

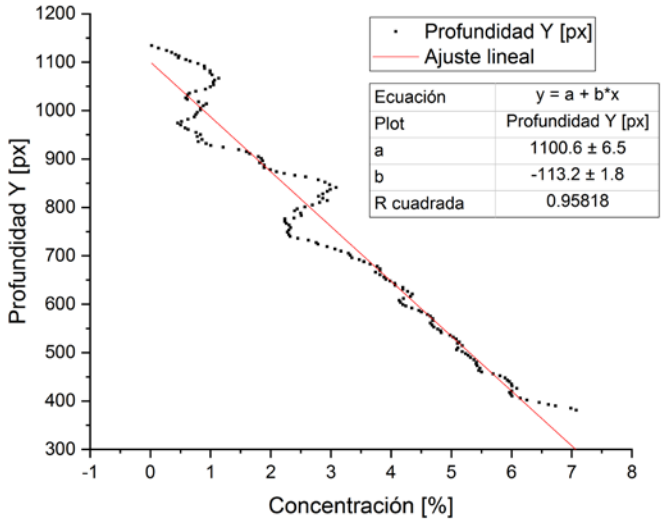


Fig.11. Concentración (%) vs posición Y en píxeles. En la gráfica se puede observar el ajuste lineal y el coeficiente de correlación.

Conclusiones

La técnica de BOS con las características aquí mencionadas no tiene la resolución deseada, esto puede deberse a que el aumento óptico elegido y el tamaño de los puntos en el patrón no es el adecuado.

Con la técnica de proyectar un haz de luz que atraviesa el medio estratificado y medir la trayectoria del láser, caractericé el medio estratificado de forma no intrusiva con el cambio del índice de refracción y cambio de la concentración. En ambos casos obtuve un coeficiente de correlación $R^2 = 0.958$ al realizar un ajuste lineal, por lo que la curva ajustada no sigue un comportamiento del todo lineal. Sin embargo, existen regiones en donde el cambio sí se puede considerar lineal.

Obtuve los valores de índice de refracción y concentración usando expresiones que se encuentran en la literatura, sin embargo, al analizar los resultados se aprecia que es necesario calibrarlos con mediciones directas de la densidad. Para la altura Y mínima (el fondo de la pecera) esperaba obtener un valor de concentración cercano o igual al 20%, esto porque la solución salina que se suministró del tanque B tenía esta concentración inicialmente, sin embargo, obtuve una concentración cercana al 8%. Es posible que esto se deba a que la concentración de la solución cambio al mezclarse con el agua que se encontraba en la esponja y a que no se controló la temperatura durante el experimento.

El medio estratificado construido conservó estabilidad por al menos una hora. Faltaría realizar el experimento con condiciones más controladas y medir la duración del gradiente lineal antes de que se modifiqué por difusión molecular.

La forma más sencilla de crear un medio estratificado con perfil de densidad lineal es depositar dos o más fluidos con distinta densidad en un contenedor y dejar que el fluido se estratifiqué naturalmente por difusión molecular hasta obtener el perfil lineal, sin embargo, el tiempo que lleva este proceso puede llegar a ser muy largo, desde horas hasta días, dependiendo de las dimensiones del contenedor. Por esta razón, es necesario contar con una técnica que permita crear medios estratificados en poco tiempo. Con las dimensiones utilizadas en el presente trabajo se creó un el medio estratificado con perfil lineal en un tiempo $t = 9$ minutos.

Se obtuvo un gradiente lineal en el medio estratificado, el cual es necesario para el desarrollo de futuros experimentos en el Taller de Hidrodinámica y Turbulencia.

Este trabajo deja un antecedente en el Taller de Hidrodinámica y Turbulencia para construir y caracterizar gradientes de densidad con diferentes perfiles, necesarios para el trabajo que ahí se realiza.

Trabajo a futuro

Se propone realizar una comparación de los resultados obtenidos con las técnicas no intrusivas con mediciones de densidad. Para esto se debe modificar el diseño experimental y agregar tubos capilares en la pared del tanque en el que se forma el estratificado, esto permitirá extraer una cantidad de la solución y medir con un densímetro. También, se debe tener mejor control de la temperatura durante el experimento.

Adicionalmente se propone modificar la relación de áreas de apertura y profundidades instantáneas en el arreglo experimental para obtener distintos perfiles de densidad o concentración, por ejemplo, perfiles cóncavos o convexos y caracterizarlos con técnicas no intrusivas.

Referencias

Clem, M., & Woike, M., (2013). Background Oriented Schlieren (BOS) and other Flow Visualization Developments & Applications at GRC. Optical Instrumentation and NDE Branch NASA Glenn Research Center, Cleveland, OH. Recuperado de: https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20140011477.pdf

Economidou, M., & Hunt, G. R. (2009). Density stratified environments: the double-tank method. *Experiments in fluids*, *46*(3), 453-466.

Fortuin, J. M. H. (1960). Theory and application of two supplementary methods of constructing density gradient columns. *Journal of Polymer Science*, *44*(144), 505-515.

Mamola, K. C., Mueller, W. F., & Regittko, B. J. (1992). Light rays in gradient index media: a laboratory exercise. *American journal of physics*, *60*(6), 527-529.

Tan, C. Y., & Huang, Y. X. (2015). Dependence of refractive index on concentration and temperature in electrolyte solution, polar solution, nonpolar solution, and protein solution. *Journal of Chemical & Engineering Data*, *60*(10), 2827-2833.

Alumno

_____

Brenda Arvizu Padilla

Vo. Bo. Asesor

_____

Dra. Catalina Elizabeth Stern Forgach
Profesora Titular B
Departamento de Física|